



TITLE:

# 蝶を模した3次元羽ばたき翼モデル による自由飛翔とピッチング安定 性 (生物流体力学における流れ構造 の解析と役割)

AUTHOR(S):

鈴木, 康祐; 稲室, 隆二

---

CITATION:

鈴木, 康祐 ...[et al]. 蝶を模した3次元羽ばたき翼モデルによる自由飛翔とピッチング安定性 (生物流体力学における流れ構造の解析と役割). 数理解析研究所講究録 2014, 1900: 37-47

ISSUE DATE:

2014-06

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/195932>

RIGHT:

## 蝶を模した 3 次元羽ばたき翼モデルによる自由飛翔と ピッチング安定性

○ 鈴木康祐, 京大院, 京都市西京区京都大学桂 C3 棟, E-mail : kosuke.suzuki.58r@st.kyoto-u.ac.jp  
稲室隆二, 京大工, 京都市西京区京都大学桂 C3 棟, E-mail : inamuro@kuaero.kyoto-u.ac.jp

Kosuke SUZUKI, Kyoto University, Kyoto-daigaku Katsura, Nishikyo-ku, Kyoto 615-8540, Japan  
Takaji INAMURO, Kyoto University, Kyoto-daigaku Katsura, Nishikyo-ku, Kyoto 615-8540, Japan

The flapping flight of tiny insects such as flies and butterflies is of fundamental interest not only in biology itself but also in its practical use for the development of micro air vehicles. It is known that a butterfly flaps downward for generating the lift force and backward for generating the thrust force. In this study, we consider a simple butterfly-like flapping wing-body in which the body is a thin rod and the rectangular rigid wings flap in a simple motion. We investigate lift and thrust generation of the model by using the immersed boundary-lattice Boltzmann method. Firstly, we compute the lift and thrust forces when the body of the model is fixed for the Reynolds numbers in the range of 50 - 1000. In addition, we estimate the supportable mass for each Reynolds number from the computed lift force. Secondly, we simulate free flights when the body can only move translationally. It is found that the expected supportable mass can be supported even in the free flight except when the mass of the body is too small, and the wing-body model with the mass of actual insects can go upward against the gravity at the actual Reynolds number. Thirdly, we simulate free flights when the body can move translationally and rotationally in order to investigate the effect of the rotation of the body. It is found that the body has a large pitch motion and consequently gets off-balance. Finally, we discuss a way to control the pitching angle by flexing the body of the wing-body model.

### 1 緒言

チョウやハエといった小さな昆虫の羽ばたき飛行は、生物学においてだけでなく、航空力学においても興味深い問題である。すなわち、近年、羽ばたき運動は超小型飛翔体 (Micro Air Vehicle, MAV) の推進機構の一つとして注目されている。実際、2013 年 5 月にハエの羽ばたき運動を利用した MAV が自由飛翔に成功した例<sup>(1)</sup>が報告されており、このような工学的応用が昆虫の羽ばたき運動を研究する大きな動機付けの一つとなっている。

昆虫の羽ばたき運動に関して、これまで理論的、実験的、数値計算的な研究が多くなされてきた。それらの研究において、翼の羽ばたき方、翼の形状、翼の柔軟性等が、羽ばたき運動における揚力や推力を発生・増大させる大きな要因として挙げられている。<sup>(2,3)</sup> 多くの研究では、昆虫がホバリングしている、あるいは一定速度で前進している定常な状況を想定して、これら個々の要因が揚力や推力に及ぼす影響を調べている。<sup>(4-9)</sup> しかし、昆虫の運動の最も特徴的な点は、急旋回や急発進、急停止といった加速運動にあり、特に静止状態から加速して上昇、前進する過渡的な状況は重要である。このような加速運動中において、翼の羽ばたき方、翼の形状、翼の柔軟性等が果たす役割については明らかにされていない。

以上の背景を受けて、本研究では、翼の羽ばたき方、翼の形状、翼の柔軟性等の要因のうち、特に翼の羽ばたき方に注目し、これ以外の要因を極力排除した単純な 3 次元翼モデルを構成する。そしてその翼モデルが、どの程度の揚力や推力を発生させるかを、埋め込み境界-格子ボルツマン法を用いた数値計算を通して調べる。また、自由運動の

数値計算により、翼モデルがどのように静止状態から揚力や推力を得て加速するかを調べる。翼モデルとして、チョウの羽ばたき方を模した単純な 3 次元翼モデル<sup>(10)</sup>を用いる。このモデルは、翼を真下に振り下ろすことで揚力を、後ろに振り上げることで推力を得るような羽ばたき方をする。また、揚力や推力に影響を与える他の要因を極力排除するため、翼の形状は最も単純な長方形とし、翼の柔軟性は無視する。

この翼モデルを用いて、(i) 胴体を固定した場合の翼の運動による流体力の計算、(ii) 胴体の並進のみを許した自由運動、(iii) 胴体の並進、回転とともに許した自由運動、(iv) 胴体の回転を制御する方法の検討の 4 種類の数値計算を行う。(i) においては、静止流体中で羽ばたかせることで生じる流れ場とともに、翼が受ける揚力、推力および翼を動かすための動力を、 $Re = 50-1000$  の範囲で調べる。(ii) においては、地球重力下、大気中での自由運動を調べ、静止状態から加速していく様子を観察するとともに、重力に打ち勝ち上昇飛行が可能となる Reynolds 数と質量の関係を調べる。(iii) においては、胴体の回転が飛行に及ぼす影響を調べる。さらに、(iv) においては、胴体を折り曲げることにより、胴体の回転を制御できるかを検討する。

### 2 翼モデル

#### 2.1 構成部位

翼モデルは、2 枚の翼と胴体から構成される。2 枚の翼はともに厚みをもたず、長方形の形状をもつ (Fig. 1)。長方形は長さ  $L$  と  $c$  の辺を持ち、長さ  $L$  の辺に平行な方向をスパン方向、長さ  $c$  の辺

に平行な方向をコード方向とする。すなわち、翼長は  $L$ 、コード長は  $c$  となる。また、スパン方向に垂直な二つの辺を翼端、翼根と呼ぶ。翼のアスペクト比は  $AR = 2L/c$  で定義され、本研究では特に  $AR = 2$ 、つまり  $c = L$  (正方形) とする。チョウをはじめとする実際の昆虫の翼の質量は、その胴体の質量に比べて無視できるほど小さいことから、このモデルにおいても翼の質量を無視できるものとする。また、翼の柔軟性は考慮せず、変形しないものとする。

胴体は、厚みを持たない直線状の棒で表す。胴体の長さを  $L_b$  とし、簡単のため特に  $L_b = c$  とする。また、胴体は等密度であるとし、その(線)密度を  $\rho_b$  とする。このとき、重心は胴体の中点となり、胴体の質量は  $M = \rho_b L_b$ 、胴体の慣性モーメントは  $I = ML_b^2/12$  となる。また、胴体と2枚の翼は、胴体の中点と翼根の中点で接続しているとする (Fig. 2)。

## 2.2 翼の羽ばたき方

翼の羽ばたき方、つまり胴体に対する相対的な翼の運動は、胴体に固定された座標系に対する翼に固定された座標系の回転によって表される。

まず、座標系の定義を行う (Fig. 3)。胴体に固定された座標系を  $\Sigma_b$  とし、その原点を胴体の重心に一致させる。 $\Sigma_b$  の軸を  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  と表し、 $X$  軸を胴体と平行な方向にとる。この時、 $X$  軸正方向を前方、 $Y$  軸正方向を右方、 $Z$  軸正方向を下方と定義する。右翼に固定された座標系を  $\Sigma_w$  とし、その原点は翼根の中点に一致させる。すなわち、 $\Sigma_w$  と  $\Sigma_b$  の原点は一致する。 $\Sigma_w$  の軸を  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  と表し、 $\xi$  軸正方向を翼のコード方向にとり、 $\eta$  軸正方向を翼のスパン方向にとる。左翼の運動は、右翼

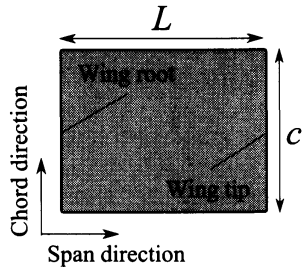


Fig. 1: Illustration of a wing.

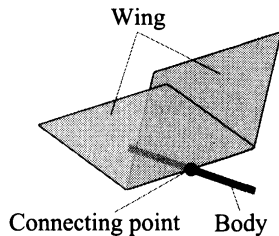


Fig. 2: Wing-body model with two rectangular wings and a rod-shaped body.

の運動と  $Z$ - $X$  平面に関して鏡面对称とする。従って、左翼の運動は右翼の運動によって決定されるため、左翼に固定された座標系の定義は不要である。

$\Sigma_w$  の  $\Sigma_b$  に対する回転を、3-2-1 Euler 角によって記述する。 $\Sigma_w$  の  $\xi$  軸、 $\eta$  軸、 $\zeta$  軸に対応する単位ベクトルをそれぞれ  $e_\xi$ ,  $e_\eta$ ,  $e_\zeta$  とし、 $\Sigma_b$  の  $X$  軸、 $Y$  軸、 $Z$  軸に対応する単位ベクトルをそれぞれ  $e_X$ ,  $e_Y$ ,  $e_Z$  としたとき、 $[e_\xi, e_\eta, e_\zeta]$  は  $[e_X, e_Y, e_Z]$  に対して以下のように与えられる。

$$[e_\xi, e_\eta, e_\zeta] = [e_X, e_Y, e_Z] S_2(\alpha(t)) S_1(-\theta(t)), \quad (1)$$

ここで、 $S_2, S_1$  は以下で与えられる回転行列である。

$$S_2(\phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$S_1(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (3)$$

角度  $\alpha(t)$  は翼の迎角、角度  $\theta(t)$  は翼の羽ばたき角であり、以下で与えられる。

$$\alpha(t) = \frac{\alpha_m}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{T} t + \frac{\pi}{2} \right) \right], \quad (4)$$

$$\theta(t) = \theta_m \cos \left( \frac{2\pi}{T} t \right), \quad (5)$$

ここで、 $\alpha_m$  は最大迎角、 $\theta_m$  は羽ばたき角振幅、 $T$  は羽ばたき周期である。本研究では、 $\theta_m = 45^\circ$  とする。 $\alpha(t)$  と  $\theta(t)$  の位相がずれているのは、翼が振り下ろし時に真下 ( $\alpha = 0^\circ$ ) に、振り上げ時に斜め後ろ ( $\alpha = \alpha_m$ ) に向くようにするためである。 $\alpha_m = 0^\circ$  の時には、翼は真上に振り上げられ、 $\alpha_m = 90^\circ$  の時には、翼は真後ろに振り上げられることに注意する。

本研究の翼モデルでは、上記のように翼の胴体に対する取付角  $\alpha(t)$  を変えることで迎角を変えている。一方、実際のチョウは、翼の胴体に対する取付角はあまり変えず、主に胴体を反らすことにより翼の迎角を変えている。<sup>(9,11)</sup> この点で、本研究の翼モデルの運動は、実際のチョウの運動とは

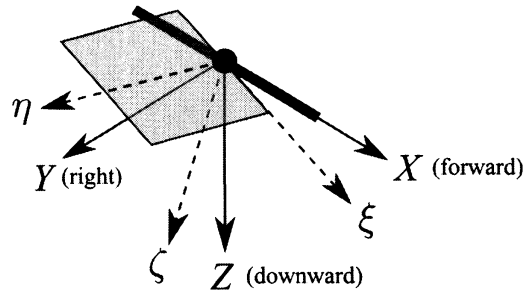


Fig. 3: Coordinate systems fixed to the body ( $X$ - $Y$ - $Z$ ) and the left wing ( $\xi$ - $\eta$ - $\zeta$ ).

異なる。本研究では、翼の運動による揚力や推力の発生に焦点を当て、翼の運動による影響と胴体の運動の影響を分離して考えたいという動機から、実際のチョウとは異なる運動機構を採用している。

### 3 支配方程式

前章で定義された翼モデルが、地球の大気、重力下で羽ばたきながら運動する系を考える。小さな昆虫は低速で飛行するため、流体の圧縮性の影響は無視できるものとする。また、本研究で用いる翼は質量を無視しているため、翼が受ける流体力は接点点を介して胴体に加えられる。その流体力と重力を外力として、胴体の運動方程式を解くことにより、翼モデルの運動は決定される。

#### 3.1 流体の運動

流体運動の支配方程式は、非圧縮性粘性流体の連続の式および Navier-Stokes 方程式である。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{u}$  は流速、 $p$  は圧力、 $\rho_f$  は空気密度、 $\nu$  は空気の動粘性係数であり、物理定数はともに 20 °C における値  $\rho_f = 1.205 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ 、 $\nu = 1.512 \times 10^{-5} \text{ [m}^2\text{/s]}$  とする。

この方程式系の支配パラメータは Reynolds 数  $Re$  であり、平均翼端速  $U_{\text{tip}} = 4\theta_m L/T$  を代表速度とし、以下のように定義する。

$$Re = \frac{U_{\text{tip}} L}{\nu}. \quad (8)$$

#### 3.2 翼モデルの運動

翼モデルの運動は、胴体の運動方程式によって決定される。空間に固定された静止座標系を  $\Sigma_s$  とする。 $\Sigma_s$  の軸を  $x, y, z$  と表し、 $y$  軸正方向を鉛直上向きとする。すなわち、 $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸に対応する単位ベクトルをそれぞれ  $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$  としたとき、重力加速度ベクトルは  $\mathbf{G} = -G\mathbf{e}_y$  と表される。ここで、 $G = 9.807 \text{ [m/s}^2\text{]}$  である。初期において、 $X$  軸正方向を  $x$  軸正方向に一致させる。また、初期の  $Z$  軸正方向を  $y$  軸負方向に一致させる。つまり、 $\Sigma_s$  における前方を  $x$  軸正方向とする。

$\Sigma_b$  の原点の位置ベクトルを  $\mathbf{X}_b$  とし、その速度を  $\mathbf{U}_b$  とする。また、角速度ベクトルを  $\boldsymbol{\Omega}_b$  とする。2 枚の翼と胴体受ける流体力を  $\mathbf{F}_{\text{aero}}$ 、 $\mathbf{X}_b$  周りの流体トルクを  $\mathbf{T}_{\text{aero}}$  とすると、胴体の運動は以下の Newton-Euler の運動方程式で記述される。

$$\frac{d(M\mathbf{U}_b)}{dt} = \mathbf{F}_{\text{aero}} + M\mathbf{G}, \quad (9)$$

$$\frac{d(I\boldsymbol{\Omega}_b)}{dt} = \mathbf{T}_{\text{aero}}, \quad (10)$$

ここで、 $I$  は胴体の慣性テンソルであり、 $\Sigma_b$  から観測した時の成分は慣性モーメント  $I$  を用いて以下のように与えられる。

$$I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \quad \text{observed in } \Sigma_b. \quad (11)$$

上式の第 1 行の成分が全て 0 であるのは、胴体が厚みのない棒であり、棒と平行方向 ( $X$  軸) の慣性モーメントが 0 であるためである。これは、この方向回りの回転 (ローリングに対応する) は考慮できないことを示している。本研究では、ローリングを無視し、ヨーイング ( $Z$  軸周りの回転) とピッチング ( $Y$  軸周りの回転) のみを考慮する。つまり、翼モデルの最大自由度は、並進 3 自由度、回転 2 自由度の計 5 自由度である。

この方程式系の支配パラメータは無次元質量  $N_M$  と Froude 数  $Fr$  であり、以下のように定義する。

$$N_M = \frac{M}{\rho_f L^3}, \quad (12)$$

$$Fr = \frac{U_{\text{tip}}}{\sqrt{LG}}. \quad (13)$$

なお、翼モデルの定義上、無次元慣性モーメントは無次元質量を決定すれば一意的に決まるため、ここでは支配パラメータには含めない。

#### 3.3 支配パラメータと自由度

以上より、系の支配パラメータは Reynolds 数  $Re$ 、無次元質量  $N_M$ 、Froude 数  $Fr$  の 3 つである。翼モデルの自由運動を計算するにはこの 3 つのパラメータを指定しなくてはならない。しかし、この 3 つのパラメータは独立に指定できるわけではなく、 $Re$  と  $Fr$  は以下のような関係を持つ。

$$\frac{Fr}{Re} = \frac{\nu}{\sqrt{L^3 G}}. \quad (14)$$

Eq. (14) の右辺のうち、 $\nu$  と  $G$  は物性値である。従って、Froude 数と Reynolds 数の比は、スケール  $L$  を決定すれば一意に決定されることに注意する。

1 章でも述べたように、本研究では、(i) 胴体を固定した場合の翼の運動による流体力の計算、(ii) 胴体の並進のみを許した自由運動、(iii) 胴体の並進、回転とともに許した自由運動、(iv) 胴体の回転を制御する方法の検討の 4 種類の数値計算を行う。(i) においては、並進の運動方程式 (9) と回転の運動方程式 (10) をともに解かず、自由度は 0、支配パラメータは  $Re$  のみとなる。(ii) においては、回転の運動方程式 (10) を解かず、自由度は 3、支配パラメータは  $Re, N_M, Fr$  の 3 つとなる。(iii) においては、Eqs. (9), (10) をともに解き、自由度は 5、支配パラメータは  $Re, N_M, Fr$  の 3 つとなる。(iv) においても同様である。

#### 4 数値計算法

本研究では、流体の運動方程式 (6), (7) を数値計算するために、埋め込み境界-格子ボルツマン法<sup>(12)</sup>を用いた。埋め込み境界-格子ボルツマン法は、直交格子上で移動境界流れを計算でき、かつ圧力の Poisson 方程式を解く必要がない効率の良い手法であり、Ota らによる 2 次元対称羽ばたき飛行の研究<sup>(13)</sup>にも用いられている。この手法の詳細は参考文献<sup>(12)</sup>を参照されたい。

物体の運動方程式 (9), (10) の数値積分には 2 次精度の Adams-Bashforth 法を用いた。また、2 枚の翼と胴体が流体から受ける力  $\mathbf{F}_{\text{aero}}$  とトルク

$T_{\text{aero}}$  は、埋め込み境界法において境界近傍の流体に加えられる体積力の総和の反作用として求められる。<sup>(14)</sup> この力やトルクの計算法は、境界上で応力テンソルを積分して求める一般的な計算法に比べ、格段に容易に力やトルクを計算できるため、埋め込み境界法を用いたほとんどの研究に用いられている。本研究で用いている翼モデルは体積を持たないため、内部質量の影響<sup>(12)</sup>は無視できることに注意する。

なお、流体運動計算と物体運動計算の連成には、交互に時間発展の計算を進める弱連成を採用している。

## 5 計算条件

計算領域は、Fig. 4に示すような幅  $W$ 、高さ  $H$ 、奥行きが  $H$  の直方体領域とする。直方体領域の境界のうち、 $x$  軸に垂直な面の境界条件は周期条件とし、それ以外の面は全てすべりなし条件とする。この条件は、 $W$  を  $L$  に対して十分大きくとっておけば、長いダクトの中で翼モデルが羽ばたく物理的な状況を模擬したものとなる。これは、実験での再現可能性を意識したものである。初期において、翼は領域の中央におかれ、領域中の空気は静止状態とする。

本計算では、マルチブロック格子を用いて計算負荷を軽くしている。<sup>(15)</sup> マルチブロック格子では二種類の格子を用いており、細かい格子の格子間隔を  $\Delta x$  とすると、粗い格子の格子間隔は  $2\Delta x$  である。細かい格子は、翼モデルの重心を中心とした一辺  $D$  の立方体領域内のみで用い、それ以外の領域には粗い格子を用いる。

胴体を固定した場合の計算では、 $W = 12L$ 、 $H = 6L$ 、 $D = 3L$  とし、自由運動の計算では、 $W = H = 12L$ 、 $D = 2.4L$  とする。これは、翼モデルの上下の変位が大きくなった際に、上下の壁に衝突する危険性を減らすためである。Table 1に各 Reynolds 数の計算において用いた空間解像度、時間解像度を示す。Table 1にあるように、 $Re > 500$  では空間解像度、時間解像度が大きい。そのため  $Re > 500$  の計算では、計算領域を  $z$  軸方向に2等分し、その断面に鏡面境界条件を用いることにより、計算領域を半分にして計算負荷を減らしている。このとき、 $z$  軸方向に関する流れ場の対称性を仮定しており、また胴体の並進運動は  $x$  軸方向、 $y$  軸方向のみ、回転運動はピッチング運動のみに制限されることも仮定している。ただし、 $Re \leq 500$

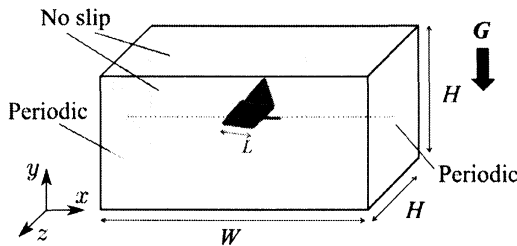


Fig. 4: Computational domain for simulations of a butterfly-like 3D flapping wing-body model.

Tab. 1: Spatial and temporal resolutions.  $\Delta x$  is the lattice spacing and  $\Delta t$  is the time step.

$Re$	$L$	$T$
50	$40\Delta x$	$6000\Delta t$
100	$40\Delta x$	$6000\Delta t$
200	$40\Delta x$	$6000\Delta t$
300	$50\Delta x$	$6000\Delta t$
374	$55\Delta x$	$6000\Delta t$
500	$60\Delta x$	$6000\Delta t$
619	$72\Delta x$	$7200\Delta t$
800	$96\Delta x$	$9600\Delta t$
1000	$120\Delta x$	$12000\Delta t$
1190	$144\Delta x$	$14400\Delta t$

では、計算領域の全体を計算し、また流れ場の対称性や胴体の運動の制限は仮定していないことに注意する。

## 6 計算結果

### 6.1 胴体を固定した場合の翼の運動による流体力の計算

最大迎角  $\alpha_m = 40^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  に対して、 $Re = 50-1000$  の範囲で胴体を固定された翼モデル周りの流れの数値計算を行い、以下で定義される揚力係数  $C_L$ 、推力係数  $C_T$  および動力係数  $C_P$  を計算した。

$$C_L = \frac{\mathbf{F}_{\text{aero}} \cdot \mathbf{e}_y}{0.5\rho_f U_{\text{tip}}^2 (2Lc)}, \quad (15)$$

$$C_T = \frac{\mathbf{F}_{\text{aero}} \cdot \mathbf{e}_x}{0.5\rho_f U_{\text{tip}}^2 (2Lc)}, \quad (16)$$

$$C_P = \frac{\sum_{\text{wing}} \mathbf{f}_{\text{local}} \cdot \mathbf{u}_{\text{local}}}{0.5\rho_f U_{\text{tip}}^3 (2Lc)}, \quad (17)$$

ここで、 $\mathbf{f}_{\text{local}}$  は翼上のある一点における翼が受ける局所的な力であり、 $\mathbf{u}_{\text{local}}$  はその翼上の点の速度である。 $\sum_{\text{wing}}$  は全ての翼上の点に対して総和をとることを意味する。従って、動力係数  $C_P$  は翼が周りの流体を駆動することで消費される仕事率を表している。これらの値は全て時間に対する関数であるが、その1周期の平均値が翼モデルの飛行性能を表す重要な指標となる。Fig. 5に各 Reynolds 数に対する、揚力係数、抗力係数および動力係数の10周期目 ( $9 \leq t/T \leq 10$ ) における平均値を示す。

また、効率 ( $E_{\text{ff}} = \sqrt{C_L^2 + C_T^2} / C_P$  で定義する) も同時に示す。ここで、各記号の上付き線は周期平均値であることを表している。平均をとる周期を10周期目にした理由は、計算初期における過渡的な値の変動の影響を排除するためである。

Fig 5(a), (b) より,  $\alpha_m$  が増加するにつれて, また  $Re$  が増加するにつれて,  $\overline{C_L}$  と  $\overline{C_T}$  は増加しているが, その増加率は  $Re$  が増加するにつれて減少していることが分かる. Fig 5(c) より,  $\overline{C_P}$  は,  $\alpha_m$  に対してあまり変化しないが,  $Re$  が増加するにつれてその値は減少していることが分かる. Fig 5(d) より,  $\alpha_m$  が増加するにつれて, また  $Re$  が増加するにつれて,  $E_{ff}$  は増加していることが分かる. これは,  $\alpha_m$  が大きいほど, また  $Re$  が大きいほど, 少ない仕事率で高揚力, 高推力が得られることを示している.

さらに, 得られた周期平均揚力によって支えられる無次元質量  $N_{Mexp}$  を見積もる. 翼モデルに加わる重力  $M_{exp}G$  と周期平均揚力  $\overline{F_{aero}} \cdot e_x$  が釣り合っていると仮定する. この時, Eqs. (12), (15) より,  $N_{Mexp}$  は  $\overline{C_L}$  を用いて以下のように与えられる.

$$N_{Mexp} = \frac{c}{L} \frac{U_{tip}^2}{LG} \overline{C_L} = \frac{2}{AR} \left( \frac{Fr}{Re} \right)^2 Re^2 \overline{C_L}. \quad (18)$$

Eq. (18) の右辺において, Eq. (14) より,  $Fr/Re$  はスケール  $L$  を指定すれば一意に決定する. また, 本研究の翼モデルでは  $AR = 2$  である. さらに,  $\overline{C_L}$  は Fig. 5(a) のように  $Re$  に関する曲線で表される. 以上より,  $N_{Mexp}$  は, スケール  $L$  を指定すれば, それぞれの  $L$  に対して  $Re$  に関する曲線で表される.

Fig. 5(a) の  $\alpha_m = 90^\circ$  に対する  $\overline{C_L}$  のデータを用いて, 小型のハエのスケール  $L = 3.0$  [mm] と小型のチョウのスケール  $L = 18.1$  [mm] に対

して  $N_{Mexp}$  をプロットした図を, Fig. 6 に示す.  $N_{Mexp}$  は揚力と重力が釣り合う点であり,  $N_{Mexp}$  より小さい質量ならば重力よりも揚力が大きくなり上昇飛行でき,  $N_{Mexp}$  より大きい質量ならば重力が揚力より大きくなり落下してしまうことが予想される. 実際の昆虫, 例えば小型のハエ (Fruit fly) に対応する条件は,  $L = 3.0$  [mm],  $Re = 619$ ,  $N_M = 61.5$  であり,<sup>(2)</sup> Fig. 6 の  $L = 3.0$  [mm] に対する曲線の下側の領域に含まれる. また, 小型のチョウ (Janatella leucodesma) に対応する条件は,  $L = 18.1$  [mm],  $Re = 1187$ ,  $N_M = 3.36$  であり,<sup>(16)</sup> Fig. 6 の  $L = 18.1$  [mm] に対する曲線を延長すれば, その延長線上にほぼ載っていることが分かる. 従って, Fig. 6 の結果は実際の昆虫の条件と整合が取れていると考えられる.

## 6.2 自由運動 (回転なし)

前節で得られた  $N_{Mexp}$  はあくまで胴体を固定した場合の計算結果から見積もった質量であり, 翼モデルが自由運動した時にこの質量を支えられるかは明らかではない. この節では, 実際に翼モデルを自由運動させた場合の計算を行い,  $N_{Mexp}$  を支えられるかを検証する. 本計算では, 最も揚力を得られることが期待される  $\alpha_m = 90^\circ$  を用いる. また, Fruit fly のスケール  $L = 3.0$  [mm] と, Janatella leucodesma のスケール  $L = 18.1$  [mm] の2種類の計算を行う. この時, Eq. (14) より,  $L = 3.0$  [mm] に対しては  $Fr/Re = 2.9 \times 10^{-2}$ ,  $L = 18.1$  [mm] に対しては  $Fr/Re = 1.98 \times 10^{-3}$  となる.

(1)  $L = 3.0$  [mm] の場合 Fig. 7 に,  $Re = 200$  において無次元質量を  $N_M = 16, 17, 20, 30$  とし

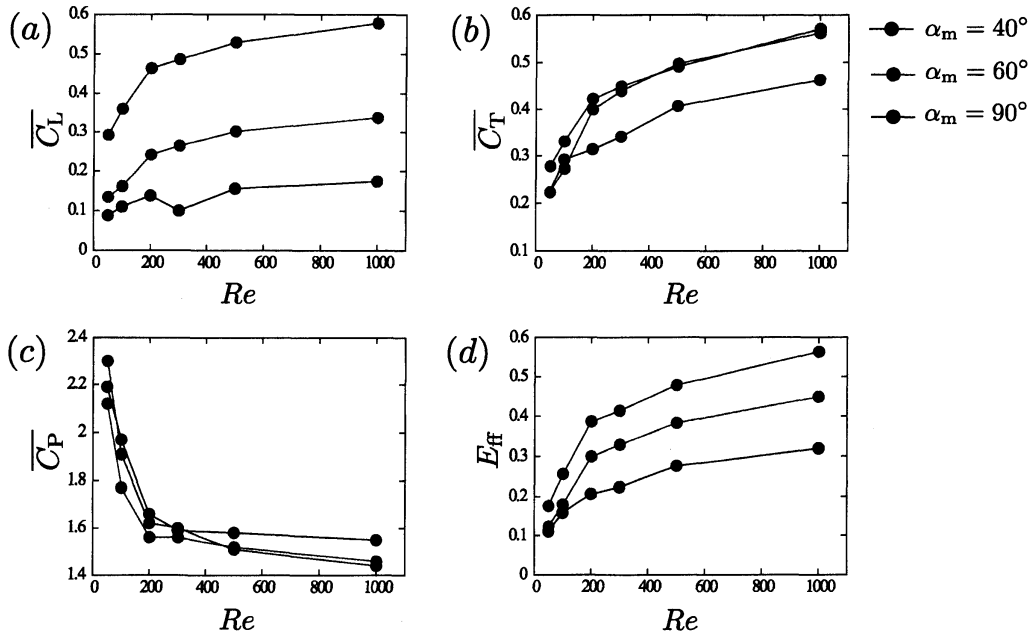


Fig. 5: The time averaged (a) lift coefficient  $\overline{C_L}$ , (b) thrust coefficient  $\overline{C_T}$ , and (c) power coefficient  $\overline{C_P}$ , as well as (d) the efficiency  $E_{ff}$  for  $Re = 50$ -1000.

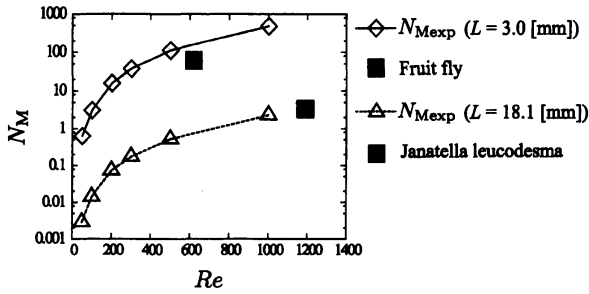


Fig. 6: The nondimensional expected supportable mass against various Reynolds numbers for  $\alpha_m = 90^\circ$ . The upper red curve describes  $N_{Mexp}$  for  $L = 3.0$  [mm], and the lower black one for  $L = 18.1$  [mm]. The conditions for a fruit fly ( $L = 3.0$  [mm]) and a small butterfly ( $L = 18.1$  [mm]) are also included.

たときの、翼モデルの重心の軌跡を示す。ここで、 $N_M = 16$  は  $Re = 200$  に対する  $N_{Mexp}$  と等しいことに注意する。この図より、 $N_M = 16$  ( $= N_{Mexp}$ ) の結果は上昇飛行していることが分かる。従って、 $L = 3.0$  [mm]、 $Re = 200$  では、自由運動においても  $N_{Mexp}$  を支えられることが分かる。また、Fig. 7 より、 $N_{Mexp}$  より大きい  $N_M = 17$  でも上昇飛行しているが、 $N_M = 30$  では落下していることが分かる。さらに、興味深いことに、 $N_M = 20$  では、一旦少し落下するものの、その後持ち直して高度を維持している。これは、推力により前進速度が上昇したため、翼に当たる流れの相対速度が上昇し、揚力が増えたためと考えられる。

このような計算を他の Reynolds 数についても行

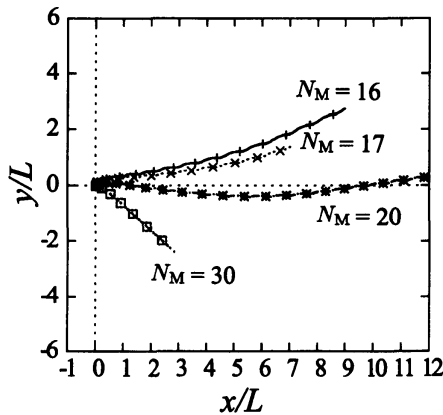


Fig. 7: Trajectories of the center of the mass (COM) of the wing-body model with  $N_M = 16, 17, 20$ , and  $30$  for  $L = 3.0$  [mm] and  $Re = 200$ . The initial position of the COM is  $(x/L, y/L) = (0, 0)$ . The symbols on the trajectories indicate the position of the COM when the wings are at top dead point.

い、翼の運動を上昇、停留、落下の3つに分類した結果を Fig. 8 に示す。ここで停留とは、Fig. 7 の  $N_M = 20$  のように、上昇も落下もせずに高度を維持している運動を意味する。Fig. 8(a) より、上昇飛行と落下の境は、ほぼ  $N_{Mexp}$  に沿っていることが分かる。従って、 $Re$  に関わらず、自由運動においても  $N_{Mexp}$  を支えられることが分かる。また、実際の Fruit fly の条件 ( $L = 3.0$  [mm]、 $Re = 619$ 、 $N_M = 61.5$ ) は Fig. 8(a) の赤い四角で表されているが、この条件においても上昇飛行していることが分かる。これは、本研究で用いているような単純な翼モデルであっても、自由運動で現実の昆虫の重さを支えるのに十分な揚力を生み出し得ることを示している。

参考のため、Fig. 8(a) を有次元量で表し、羽ばたき周波数  $F_{req}$  と有次元質量  $M$  で整理した図を Fig. 8(b) に示す。 $F_{req}$  と  $M$  は、 $Re$  と  $N_M$  から以下のように計算される。

$$F_{req} = \frac{1}{T} = \frac{\nu}{4\theta_m L^2} Re \quad (19)$$

$$M = \rho_f L^3 N_M \quad (20)$$

Fig. 8(b) において、Fruit fly の条件は  $F_{req} = 331$  [Hz]、 $M = 2.0$  [mg] で表されているが、実際には Fruit fly は  $F_{req} = 200$  [Hz] 程度で羽ばたく。この違いは、本研究のモデルでは羽ばたき角振幅  $\theta_m = 45^\circ$  を用いているのに対し、実際の Fruit fly では  $\theta_m = 74^\circ$  であることから生じている。しかし、本計算条件の Reynolds 数  $Re$  や平均翼端速さ  $U_{tip}$  は、実際の Fruit fly の条件に一致していることに注意する。

さらに、Fruit fly の条件における、翼モデルの前進速度  $U_x$  を Fig. 9 に示す。この図より、一回の羽ばたきに対する  $U_x$  の変動は小さく、その周期平均値は  $t/T = 13$  においても終端速度に達していないことが分かる。これは、翼モデルの無次元質量が比較的大きいためである。実際の Fruit fly の代表前進速度は  $U_x/U_{tip} = 0.64$  <sup>(2)</sup> であり、翼モデルの終端速度はその速度に達しないであろうことが Fig. 9 から予想される。これは、本研究の翼モデルが発生する推力が実際の昆虫が発生する推力よりも小さいことを示している。

(2)  $L = 18.1$  [mm] の場合 Fig. 10 に、 $Re = 500$  において無次元質量を  $N_M = 0.2, 0.5, 1.0$  としたときの、翼モデルの重心の軌跡を示す。ここで、 $N_M = 0.5$  は  $Re = 500$  に対する  $N_{Mexp}$  と等しいことに注意する。この図より、 $N_M = 0.5$  ( $= N_{Mexp}$ ) の結果は落下していることが分かる。また、Fig. 10 より、 $N_{Mexp}$  より小さい  $N_M = 0.2$  でも落下していることが分かる。この結果は  $L = 3.0$  [mm] の場合とは異なり、自由運動においては  $N_{Mexp}$  を支えられないこともあることを示している。これは、一回の羽ばたきによる重心の上下運動が激しいため、翼端の流体に対する相対速度が小さくなり、結果的に相対的な Reynolds 数が低下し、十分な揚力が得られないためと考えられる。

$L = 3.0$  [mm] の場合と同様に、翼の運動を上昇、停留、落下の3つに分類した結果を Fig. 11 に示

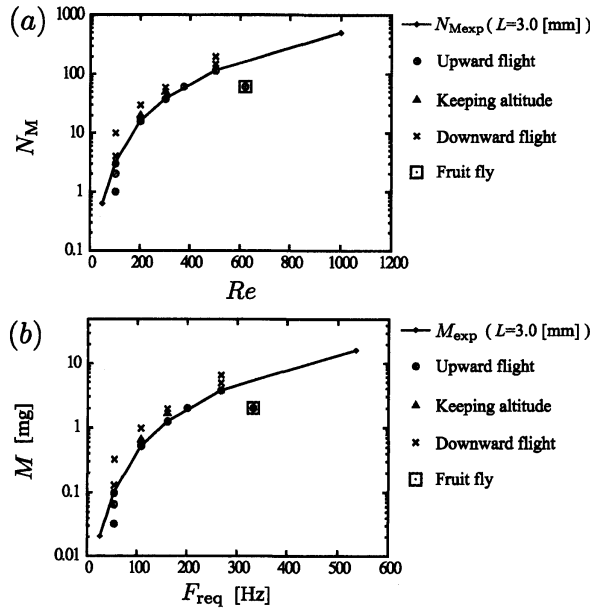


Fig. 8: The map of (a)  $Re-N_M$  and (b)  $F_{req}-M$  containing the expected supportable mass and points describing upward flight, keeping altitude in flight, or downward flight for  $L = 3.0$  [mm]. The condition of a fruit fly is also described.

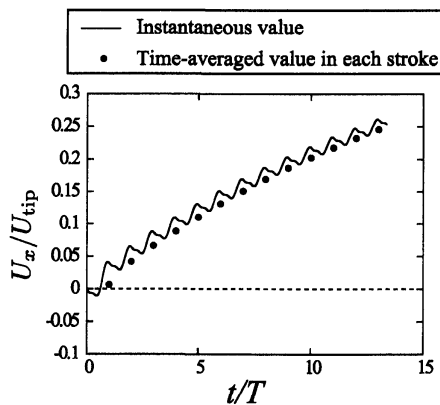


Fig. 9: Time variation of the forward velocity  $U_x$  of the wing-body model for the condition of a fruit fly ( $L = 3$  [mm],  $Re = 620$ ,  $N_M = 61$ ). The instantaneous value of  $U_x$  and the time averaged value of  $U_x$  in each stroke are described.

す。Fig. 11(a) より,  $Re < 1000$  では,  $N_{Mexp}$  以下の質量でも落下してしまうことが分かる。一方,  $Re \geq 1000$  では,  $N_{Mexp}$  は上昇飛行, あるいは高度維持が出来ていることが分かる。また, Janatella leucodesma の条件 ( $L = 18.1$  [mm],  $Re = 1190$ ,  $N_M = 3.36$ ) は Fig. 11(a) の赤い四角で表されているが, この条件においては上昇飛行していることが分かる。この結果は,  $L = 3.0$  [mm] の場合と

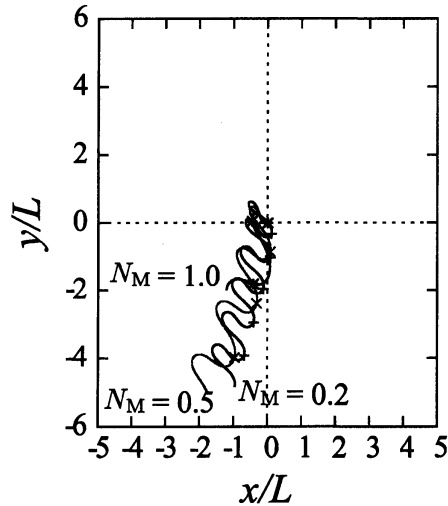


Fig. 10: Trajectories of the center of the mass (COM) of the wing-body model with  $N_M = 0.2, 0.5$ , and  $1.0$  for  $L = 18.1$  [mm] and  $Re = 500$ . The initial position of the COM is  $(x/L, y/L) = (0, 0)$ . The symbols on the trajectories indicate the position of the COM when the wings are at top dead point.

同様に, 単純な翼モデルであっても自由運動で現実の昆虫の重さを支えるのに十分な揚力を生み出し得ることを示している。

参考のため, Fig. 11(a) を有次元量で表した図を Fig. 11(b) に示す。Fig. 11(b) において, Janatella leucodesma の条件は  $F_{req} = 17.5$  [Hz],  $M = 24.0$  [mg] で表されているが, 実際には Janatella leucodesma は  $F_{req} = 13.3$  [Hz] 程度で羽ばたく。この違いは, 本研究のモデルでは羽ばたき角振幅  $\theta_m = 45^\circ$  を用いているのに対し, 実際の Janatella leucodesma では  $\theta_m = 59^\circ$  であることから生じている。しかし, 本計算条件の Reynolds 数  $Re$  や平均翼端速さ  $U_{tip}$  は, 実際の Janatella leucodesma の条件に一致していることに注意する。

さらに, Janatella leucodesma の条件における, 翼モデルの前進速度  $U_x$  を Fig. 12 に示す。この図より, 一回の羽ばたきに対する  $U_x$  の変動は大きい, その周期平均値は  $t/T = 14$  で終端速度に達していることが分かる。これは, 翼モデルの無次元質量が比較的小さいためである。しかし, 翼モデルの終端速度 ( $U_x/U_{tip} = 0.32$ ) は実際の Janatella leucodesma の代表前進速度  $U_x/U_{tip} = 0.77$  <sup>(16)</sup> よりも小さい。これは, Fruit fly の条件の計算と同様に, 本研究の翼モデルが発生する推力が実際の昆虫が発生する推力よりも小さいことを示している。



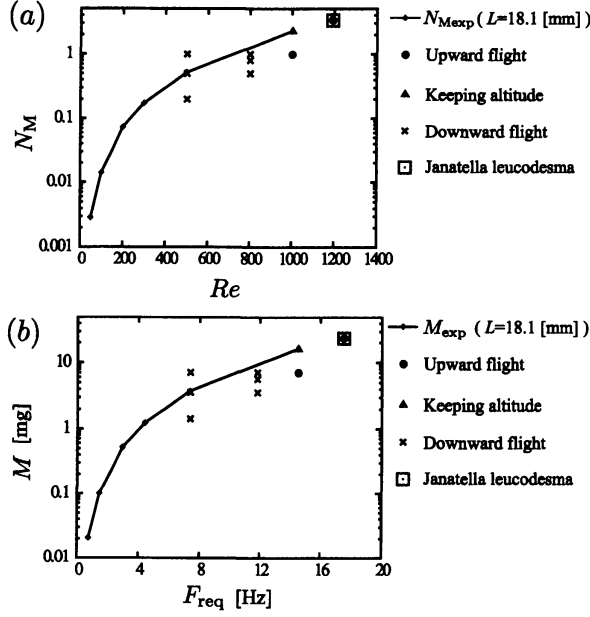


Fig. 11: The map of (a)  $Re-N_M$  and (b)  $F_{req}-M$  containing the expected supportable mass and points describing upward flight, keeping altitude in flight, or downward flight for  $L = 18.1$  [mm]. The condition of a *Janatella leucodesma* is also described.

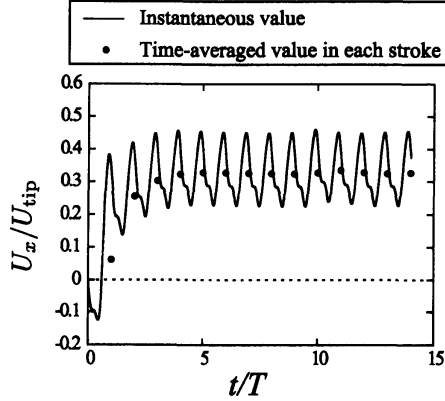


Fig. 12: Time variation of the forward velocity  $U_x$  of the wing-body model for the condition of a *Janatella leucodesma* ( $L = 18.1$  [mm],  $Re = 1190$ ,  $N_M = 3.36$ ). The instantaneous value of  $U_x$  and the time averaged value of  $U_x$  in each stroke are described.

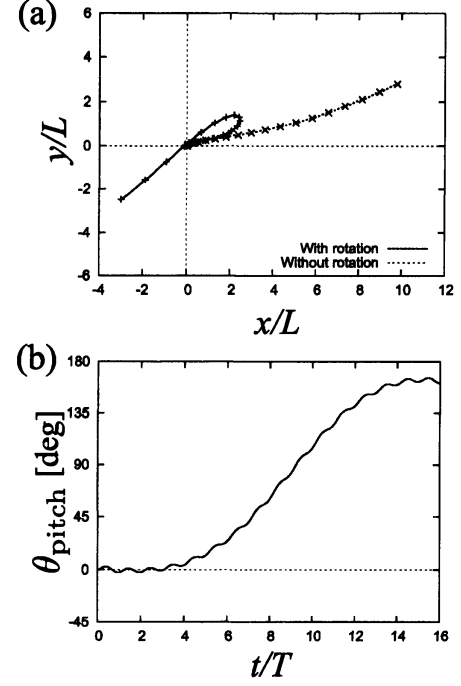


Fig. 13: (a) Trajectories of the center of the mass (COM) of the body and (b) time variation of the pitching angle of the body for  $L = 3.0$  [mm],  $N_M = 38$ , and  $Re = 300$ . In (a), the initial position of the COM is  $(x/L, y/L) = (0, 0)$ , and the symbols on the trajectories indicate the position of the COM when the wings are at top dead point.

### 6.3 自由運動（回転あり）

前節の計算では、並進のみを許し胴体の回転は無視していた。この節では、胴体の回転も考慮に入れ、回転が飛行に及ぼす影響を調べる。本計算では、前節と同様に  $\alpha_m = 90^\circ$  を用い、 $L = 3.0$  [mm] を想定して計算を行う。

Fig. 13に、 $Re = 300$ ,  $N_M = 38$  ( $L = 3.0$  [mm]),  $Re = 300$ に対する  $N_{Mexp}$  としたときの、重心の軌跡とピッチング角  $\theta_{pitch}$  の変化を示す。Fig. 13(a), (b)より、翼モデルのピッチング角が徐々に大きくなり、最終的には宙返りをしてしまうことが分かる。このように、ピッチング角が姿勢を崩す原因になっていることは、他のチョウに関する研究<sup>(9)</sup>と整合が取れている。従って、姿勢を保ったまま継続的に飛行するには、ピッチング角を制御する機構が必要になると考えられる。なお、系の左右対称性から、翼モデルは左右方向へは運動せず、またヨーイング角も常に  $0^\circ$  であったことを確認している。

### 6.4 ピッチング角制御法の検討

最後に、ピッチング角を制御する方法について検討する。実際のチョウは、胴体が胸部 (Thorax) と腹部 (Abdomen) に分かれており、胸部と腹部の相対角を調整することで胸部のピッチング角を制御している。<sup>(9)</sup> 本研究では、このピッチング制御法を取り入れることで、翼モデルが姿勢を崩さずに継続的に飛行できるかを検討する。ここでは簡単のため、翼モデルは  $x, y$  方向しか運動せず、またピッチング運動しかなしないものとする。

翼モデルの胴体を胸部と腹部に分け、胸部の長さを  $L_t$ 、腹部の長さを  $L_a$  とする (Fig. 14)。ここで、 $L_b = L_t + L_a$  である。また、胸部の質量を  $M_t$ 、腹部の質量を  $M_a$  とする。ここで、 $M = M_t + M_a$  である。胸部と翼の接合点は、胸部の前縁から長さ  $\ell_0$  の位置にあるとする。本研究では、Janatella leucodesma を参考<sup>(16)</sup>にして、 $L_b = 0.75L$ ,  $L_t : L_a = 3 : 7$ ,  $M_t : M_a = 44 : 51$ ,  $\ell_0 = 0.23L_b$  とする。このような胴体をもつ翼モデルにおいて、胸部に対する腹部の相対角  $\theta_{cont}$  を動的に変えることで、胸部のピッチング角  $\theta_{pitch}$  を制御することを試みる。

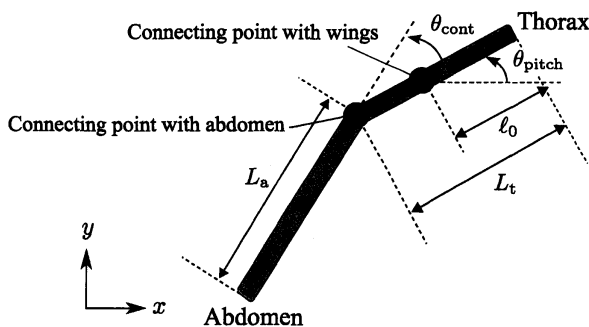


Fig. 14: The body composed of the thorax and the abdomen for controlling the pitching angle of the wing-body model.

胸部に対する腹部の相対角  $\theta_{cont}$  を決定する方法を考える。角度  $\theta_{cont}$  そのものを設定することは困難であるため、ここではその2階微分値である  $\ddot{\theta}_{cont}$  を設定する。もし  $\ddot{\theta}_{cont}$  が正値であれば  $\theta_{pitch}$  は減少し、 $\ddot{\theta}_{cont}$  が負値であれば  $\theta_{pitch}$  は増加することが予想される。そこで、ある正定値  $a$  ( $> 0$ ) に対して、 $\ddot{\theta}_{cont}$  の値を  $a$ ,  $0$  あるいは  $-a$  に設定することで、 $\theta_{pitch}$  を制御することを試みる。方針として、ピッチング角  $\theta_{pitch}$  の大きさがある閾値  $\theta_0$  ( $> 0$ ) 以内に収まるように  $\ddot{\theta}_{cont}$  の値を設定する。以下に、ある時刻  $t$  における  $\theta_{pitch}(t)$  が既知である時に、 $\ddot{\theta}_{cont}(t)$  を設定する条件分岐を示す：

- IF  $\ddot{\theta}_{cont}(t - \Delta t) = 0$  THEN
  - IF  $\theta_{pitch}(t) > \theta_0$  THEN
    - $\ddot{\theta}_{cont}(t) = a$
  - ELSE IF  $\theta_{pitch}(t) < -\theta_0$  THEN
    - $\ddot{\theta}_{cont}(t) = -a$
  - ELSE
    - $\ddot{\theta}_{cont}(t) = \ddot{\theta}_{cont}(t - \Delta t)$
  - ENDIF
- ELSE IF  $\ddot{\theta}_{cont}(t - \Delta t) = a$  THEN
  - IF  $\theta_{pitch}(t) < 0$  THEN
    - $\ddot{\theta}_{cont}(t) = 0$
  - ELSE
    - $\ddot{\theta}_{cont}(t) = \ddot{\theta}_{cont}(t - \Delta t)$
  - ENDIF
- ELSE IF  $\ddot{\theta}_{cont}(t - \Delta t) = -a$  THEN
  - IF  $\theta_{pitch}(t) > 0$  THEN
    - $\ddot{\theta}_{cont}(t) = 0$
  - ELSE
    - $\ddot{\theta}_{cont}(t) = \ddot{\theta}_{cont}(t - \Delta t)$
  - ENDIF
- ENDIF

この制御法では、例えばピッチング角が  $\theta_{pitch} > \theta_0$  となったとき、 $\ddot{\theta}_{cont}$  の値は  $a$  ( $> 0$ ) に設定され、結果として、 $\theta_{pitch}$  は減少する。さらに、その  $\ddot{\theta}_{cont}$  の値は、 $\theta_{pitch} = 0$  になるまで継続される。なお、この制御法は、あくまで検討のための一例であることに注意する。

上記の制御法を用いて、前節で示した姿勢を崩す条件 ( $\alpha_m = 90^\circ$ ,  $L = 3.0$  [mm],  $Re = 300$ ,  $N_M = 38$ ) で飛行が安定化するかを検証する。Fig. 15に、 $\theta_0 = 5^\circ$ ,  $a = 120^\circ \times F_{req}^2$  としたときの胸部の重心の軌跡、ピッチング角  $\theta_{pitch}$  の時間変化、および胸部に対する腹部の相対角  $\theta_{cont}$  の時間変化を示す。Fig. 15(a)および(b)より、ピッチング角の変化は比較的小さく、姿勢を大きく崩すことなく継続的に飛行できていることが分かる。また、Fig. 15(c)より、胸部に対する腹部の相対角は、初期には単調に増加するものの、その後  $120^\circ$

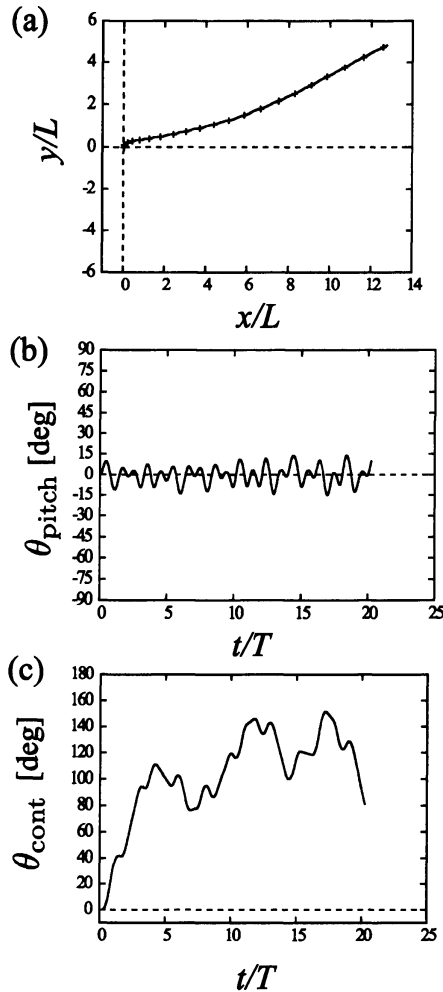


Fig. 15: (a) Trajectory of the center of the mass (COM) of the thorax, (b) time variation of the pitching angle of the thorax, and (c) time variation of the relative angle of the abdomen to the thorax when the pitching angle of the thorax is controlled by flexing the abdomen. In (a), the initial position of the COM is  $(x/L, y/L) = (0, 0)$ , and the symbols on the trajectories indicate the position of the COM when the wings are at top dead point.

程度を中心に振動していることが分かる。この結果は、上記の制御法により、実際のチョウのようにピッチング角が制御できることを示している。しかし、本計算は  $L = 3.0$  [mm],  $Re = 300$ ,  $N_M = 38$  の条件下で行われたものであり、実際のチョウの条件からは大きく異なっている。実際のチョウの条件でもこの制御法が有効であるかについては今後の課題としたい。

## 7 結言

チョウを模した簡単な3次元羽ばたき翼を用いて、(i) 胴体を固定した場合の翼の運動による流

体力の計算、(ii) 胴体の並進のみを許した自由運動、(iii) 胴体の並進、回転をともに許した自由運動、(iv) 胴体の回転を制御する方法の検討の4種類の数値計算を行った。

(i) では、 $Re = 50$  から 1000 の範囲で、最大迎角  $\alpha_m = 40^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  について、揚力係数、推力係数および動力係数の周期平均を計算した。その結果、 $\alpha_m$  が増加するにつれて、また  $Re$  が増加するにつれて、周期平均揚力係数と推力係数は増加していることが分かった。しかしその増加率は  $Re$  が増加するにつれて減少していることが分かった。また、周期平均動力係数は、 $\alpha_m$  に対してあまり変化しないが、 $Re$  が増加するにつれてその値は減少していることが分かった。さらに、得られた周期平均揚力係数から、重力に対して支持可能な無次元質量  $N_{Mexp}$  を求めた。

(ii) では、(i) で求めた質量  $N_{Mexp}$  が、 $L = 3.0$  [mm] (Fruit fly のスケール) の場合にはどの Reynolds 数に対しても支持可能であることを確かめた。しかし、 $L = 18.1$  [mm] (小型のチョウのスケール) の場合には、 $Re \geq 1000$  では  $N_{Mexp}$  が支持可能であるが、 $Re < 1000$  では支持不可能になることが分かった。この結果は、胴体の運動により、翼端の相対 Reynolds 数が低下することを示唆している。また、実際の Fruit fly や Janatella leucodesma と同じスケール、Reynolds 数、無次元質量で、上昇飛行可能であることを確かめた。このことから、単純な翼モデルであっても、実際の昆虫の体重を支えるのに十分な揚力を生み出し得ることが分かった。

(iii) では、回転を考慮すると、ピッチング角の増加によって姿勢を崩し、継続的に飛行できないことを示した。(iv) では、胴体を折り曲げることによって、ピッチング角の増加を抑え、姿勢を崩すことなく継続的に飛行できることを示した。

## 謝辞

本研究の一部は、平成 25 年度「京」を中核とする HPCI システム利用研究課題 (ID: hp120112) により京都大学学術情報メディアセンターのスーパーコンピュータ CRAY XE6 を利用して実施した。

## 参考文献

- (1) K. Y. Ma, P. Chirarattananon, S. B. Fuller, and R. J. Wood, Controlled flight of a biologically inspired, insect-scale robot, *Science* **340** (2013), 603-606.
- (2) W. Shyy, Y. Lian, J. Tang, D. Viieru, and H. Liu, *Aerodynamics of low Reynolds number flyers*, Cambridge University Press, New York (2008).
- (3) W. Shyy, H. Aono, S. K. Chimakurthi, P. Trizila, C. K. Kang, C. E. S. Cesnik and H. Liu, Recent progress in flapping wing aerodynamics and aeroelasticity, *Progress in Aerospace Sciences* **46** (2010), 284-327.
- (4) C. P. Ellington, C. van den Berg, A. P. Willmott, and A. L. R. Thomas, Leading-edge

- vortices in insect flight, *Nature* **384** (1996), 626-630.
- (5) H. Liu, C. P. Ellington, K. Kawachi, C. van den Berg, and A. P. Willmott, A computational fluid dynamics study of hawkmoth hovering, *J. Exp. Biol.* **201** (1998), 461-477.
  - (6) M. H. Dickinson, F. O. Lehman, and S. P. Sane, Wing rotation and the aerodynamic basis of insect flight, *Science* **284** (1999), 1954-1960.
  - (7) J. M. Birch and M. H. Dickinson, Spanwise flow and the attachment of the leading-edge vortex on insect wings, *Nature* **412** (2001), 729-733.
  - (8) T. Nakata, and H. Liu, A fluid-structure interaction model of insect flight with flexible wings, *J. Comput. Phys.* **231** (2012), 1822-1847.
  - (9) N. Yokoyama, K. Senda, K. Iima, and N. Hirai, Aerodynamic forces and vortical structures in flapping butterfly's forward flight, *Physics of Fluids* **25** (2013), 021902.
  - (10) 鈴木康祐, 稲室隆二, 蝶を模した3次元羽ばたき翼モデルによる自由飛行の数値計算, 日本流体力学会年会 2013, 講演番号 155 (2013).
  - (11) 飯間信, 昆虫飛翔の物理, 物性研究 **77-3** (2001), 447-507.
  - (12) K. Suzuki, and T. Inamuro, Effect of internal mass in the simulation of a moving body by the immersed boundary method, *Computers & Fluids* **49** (2011), 173-187.
  - (13) K. Ota, K. Suzuki, and T. Inamuro, Lift generation by a two-dimensional symmetric flapping wing: immersed boundary-lattice Boltzmann simulations, *Fluid Dyn. Res.* **44** (2012), 045504.
  - (14) M.-C. Lai, and C. S. Peskin, An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical velocity, *J. Comp. Phys.* **160** (2000), 705-719.
  - (15) T. Inamuro, Lattice Boltzmann methods for moving boundary flows, *Fluid Dyn. Res.* **44** (2012), 024001.
  - (16) R. Dudley, Biomechanics of flight in neotropical butterflies: morphometrics and kinematics, *J. Exp. Biol.* **150** (1990), 37-53.